

9.9 2 семестр

9.9.1 1 коллоквиум

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования.
2. Разложение рациональной функции на простейшие дроби.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Интегрирование иррациональных функций: интегрирование некоторых радикалов, теорема Чебышева, подстановки Эйлера.
5. Интегрирование рациональных функций с иррациональностью вида $\sqrt{ax^2 + bx + c}$ в знаменателе.
6. Интегрирование тригонометрических функций.
7. Понятие площади плоской фигуры. Разбиение отрезка. Интегральные суммы. Определение интеграла (по Риману). Необходимое условие интегрируемости функции.
8. Критерий Коши. Достаточное условие интегрируемости функции (в терминах ω).
9. Суммы Дарбу. Критерий интегрируемости функции.
10. Интегрируемость монотонной функции. Интегрируемость непрерывной функции. Критерий Лебега (б/д). Множество Лебеговой меры нуль.
11. Теоремы о среднем (Первая теорема о среднем с доказательством, вторая б/д).
12. Несобственный интеграл. Критерий Коши. Признаки сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций.
13. Сходимость интегралов вида $\int_1^{+\infty} dx/x^p$, $\int_0^1 dx/x^p$. Признак Абеля-Дирихле.
14. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Формула Тейлора с остатком в интегральном виде.
16. Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, площадь в полярных координатах, объём тела вращения.
17. Спрямолинейная кривая. Вычисление длины кривой.

1. Сформулировать определение первообразной.
2. Определение неопределённого интеграла.
3. Интегрирование по частям, замена переменного в неопределённом интеграле (сформулировать теоремы).
4. Свойства неопределённого интеграла.
5. Неопределённый интеграл от функции $(x^2 + \alpha)^{-1/2}$, $\alpha \neq 0$.
6. Неопределённый интеграл от функции $(x^2 + a^2)^{-1}$, $a \neq 0$.
7. Неопределённый интеграл от функции $(a^2 - x^2)^{-1/2}$, $a \neq 0$.
8. Неопределённый интеграл от функции x^α .
9. Алгебраический полином. Рациональная функция.
10. Правильная дробь. Лемма о выделении множителя $x - x_1$ в дроби.
11. Лемма о выделении множителя $x^2 + \alpha x + \beta$ в дроби.
12. Рациональная функция от двух (трёх) переменных.
13. Теорема Чебышева.
14. Три подстановки Эйлера.
15. Подстановка Абеля.
16. Три замены для интегрирования функций вида $R(\sin x, \cos x)$.
17. Универсальная замена.
18. Площадь множества (квадрируемые множества).
19. Разбиение отрезка. Диаметр разбиения.
20. Интегральная сумма и определение определённого интеграла.
21. Критерий Коши для определённого интеграла.
22. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что функция не интегрируема на отрезке $[a; b]$.
23. Необходимое условие интегрируемости функции на отрезке.
24. Колебание функции на множестве $\omega(f, A)$.
25. Нижняя (верхняя) сумма Дарбу.
26. Нижний (верхний) интеграл Дарбу.
27. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу.
28. Критерий интегрируемости в терминах модуля непрерывности.
29. Множество Лебеговой меры нуль.
30. Критерий Лебега.
31. Формула Тейлора с остатком в интегральном виде.
32. Первая теорема о среднем.
33. Вторая теорема о среднем.
34. Интегрируемость в несобственном смысле.
35. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
36. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что функция не интегрируема в несобственном смысле на множестве $[a; \omega)$.
37. Площадь под графиком функции. Площадь в полярной системе координат.
38. Объём вращения относительно оси Ox .
39. Объём вращения относительно оси Oy .
40. Спряmlяемая кривая. Теорема о вычислении длины кривой.